

MATEMÁTICAS II

(Responde só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 2 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 3 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Que relación existe entre a súa inversa A^{-1} e a súa trasposta A^t ?
b) Estuda, segundo os valores de λ , o rango de $A - \lambda I$, sendo I a matriz identidade de orde 3. Calcula

as matrices X que verifican $AX + X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. a) Enuncia o teorema de Rolle. Calcula a , b e c para que a función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{se } x < 1 \\ bx + c & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,2]$ e calcula o punto no que se cumpre o teorema.

- b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = x^2 - 2x$ e a recta $y = x$. (Para o debuxo da parábola, indica: puntos de corte cos eixes de coordenadas, o vértice e concavidade ou convexidade).

3. Dada a recta $r: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$

- a) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa polo punto $A(1,1,1)$ e é perpendicular a r .
b) Calcula a ecuación implícita o xeral do plano que pasa polos puntos $P(-1,0,6)$ e $Q(3,-2,4)$ e é paralelo á recta r .
c) Calcula a distancia da recta r ao plano $x + y + z - 5 = 0$.

4. Nun bombo temos 10 bolas idénticas numeradas do 0 ao 9 e cada vez que facemos una extracción devolvemos a bola ao bombo

- a) Se facemos 5 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de dúas veces.
b) Se facemos 100 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de nove veces.

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións: $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$

- b) Resólveo, se é posible, cando $m = 1$.

2. a) Calcula, se existe, o valor de m para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + mx^2 - 1}{\sin(x^2)} = 3$

- b) Calcula os valores de a, b, c e d para que a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un punto de inflexión no punto $(0,5)$ e a tanxente á súa gráfica no punto $(1,1)$ sexa paralela ao eixe X .

c) Calcula $\int_1^e \sqrt{x} \ln x dx$ (Nota: $\ln = \text{logaritmo neperiano}$)

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(9,4,1)$ e $Q(1,1,1)$. Dada a recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$

- a) Estuda a posición relativa das rectas r e s . Calcula, se se cortan, o punto de corte.
b) Calcula, se existe, a ecuación implícita ou xeral do plano que contén as rectas r e s .
c) Calcula a distancia do punto $O(0,0,0)$ á recta s .

4. Nunha fábrica hai tres máquinas A, B e C que producen a mesma cantidade de pezas. A máquina A produce un 2% de pezas defectuosas, a B un 4% e a C un 5%.

- a) Calcula a probabilidade de que unha peza elixida ao azar sexa defectuosa.
b) Se se elixe unha peza ao azar e resulta que non é defectuosa, cal é a probabilidade de que fora fabricada pola máquina A?